

P

Prüfungshefte

MATHEMATIK

2024

**ABITUR
LF**

Baden-
Württemberg

Lernheft inklusive

- › Original-Prüfungen
- › ausführliche Musterlösungen

Inhalt

Vorwort	4
Abitur 2021 (Original-Prüfung)	5
1 Pflichtteil ohne Hilfsmittel	6
1.1 Pflichtteil 1	6
1.2 Pflichtteil 2	8
2 Wahlteil A: Analysis	12
2.1 Wahlteil A1	12
2.2 Wahlteil A2	14
3 Wahlteil B: Geometrie	16
3.1 Wahlteil B1	16
3.2 Wahlteil B2	16
4 Wahlteil C: Stochastik	17
4.1 Wahlteil C1	17
4.2 Wahlteil C2	18
Abitur 2022 (Original-Prüfung)	19
1 Pflichtteil ohne Hilfsmittel	20
1.1 Pflichtteil 1	20
1.2 Pflichtteil 2	22
2 Wahlteil A: Analysis	24
2.1 Wahlteil A1	24
2.2 Wahlteil A2	25
3 Wahlteil B: Geometrie	27
3.1 Wahlteil B1	27
3.2 Wahlteil B2	29
4 Wahlteil C: Stochastik	30
4.1 Wahlteil C1	30
4.2 Wahlteil C2	31
Abitur 2023 (Original-Prüfung)	32
1 Pflichtteil ohne Hilfsmittel	33
1.1 Pflichtteil 1	33
1.2 Pflichtteil 2	35
2 Wahlteil A: Analysis	38
2.1 Wahlteil A1	38
2.2 Wahlteil A2	39
3 Wahlteil B: Geometrie	41
3.1 Wahlteil B1	41
3.2 Wahlteil B2	43
4 Wahlteil C: Stochastik	44
4.1 Wahlteil C1	44
4.2 Wahlteil C2	46

Abitur 2021 (Musterlösung)	47
1 Pflichtteil	47
1.1 Pflichtteil 1	47
1.2 Pflichtteil 2	53
2 Wahlteil A	58
2.1 Wahlteil A1	58
2.2 Wahlteil A2	62
3 Wahlteil B	65
3.1 Wahlteil B1	65
3.2 Wahlteil B2	68
4 Wahlteil C	71
4.1 Wahlteil C1	71
4.2 Wahlteil C2	73
 Abitur 2022 (Musterlösung)	 74
1 Pflichtteil	74
1.1 Pflichtteil 1	74
1.2 Pflichtteil 2	80
2 Wahlteil A	84
2.1 Wahlteil A1	84
2.2 Wahlteil A2	88
3 Wahlteil B	92
3.1 Wahlteil B1	92
3.2 Wahlteil B2	94
4 Wahlteil C	96
4.1 Wahlteil C1	96
4.2 Wahlteil C2	98
 Abitur 2023 (Musterlösung)	 99
1 Pflichtteil	99
1.1 Pflichtteil 1	99
1.2 Pflichtteil 2	103
2 Wahlteil A	107
2.1 Wahlteil A1	107
2.2 Wahlteil A2	112
3 Wahlteil B	116
3.1 Wahlteil B1	116
3.2 Wahlteil B2	118
4 Wahlteil C	121
4.1 Wahlteil C1	121
4.2 Wahlteil C2	123

Vorwort

Liebe Schülerinnen und liebe Schüler,

in diesem Prüfungsheft stehen insgesamt die letzten drei Original-Abiturprüfungen des Mathematik Leistungsfachs in Baden-Württemberg als Prüfungssimulationen (A bis C) zur Verfügung.

Das Abitur in Mathematik besteht aus einem Pflichtteil ohne Hilfsmittel aus 6 Aufgaben sowie drei Wahlteilen (mit Hilfsmitteln) für Analysis, Geometrie und Stochastik, wobei hier nur die Lehrkraft aus je zwei Aufgabenvorschlägen wählen darf. **Ab dem Abitur 2024** beinhaltet die Mathematik-Prüfung eine Schülerwahl im Pflichtteil:

1. Teil A ohne Hilfsmittel (30 VP)
 - (a) Block 1 ohne Wahl: 2x Analysis, 1x Geometrie, 1x Stochastik
 - (b) Block 2: Wahl zwei beliebiger Aufgaben
2. Teil B mit Hilfsmitteln (Vorauswahl erfolgt durch Lehrkraft)
 - (a) 1x Analysis (BE)
 - (b) 1x Geometrie (25 BE)
 - (c) 1x Stochastik (25 BE)

Unsere Lerntipps: Wiederhole zunächst den gesamten Stoff der Oberstufe und schließe Wissenslücken. Rechne dann erst die Originalklausuren unter echten Bedingungen, d. h. Bearbeitungszeit und erlaubte Hilfsmittel beachten. Am Tag vor der Prüfung lernst du nichts Neues mehr. Sorge für einen unaufgeregten Tag: Keine Druckbetankung mit Lernstoff, keine Partys und kein starker Medienkonsum. Geh zeitig ins Bett und schlaf dich aus.

Und vergiss nicht, befolge bei der Prüfungsvorbereitung immer die drei großen Buchstaben des Erfolgs:

T U N

Wir wünschen euch viel Erfolg bei euren Prüfungen!

Fehler gefunden? Auch wir können mal einen Fehler machen. Melde diese gerne unter:
fehler@pruefungshefte.de

Dieses Lernheft wird bereitgestellt durch:

abschluss-bw.de / Prüfungshefte Verlag
© 2024, L&K development GmbH, Berlin

Zentrale schriftliche Abiturprüfung

Prüfungssimulation A

Original-Prüfung 2021

Hilfsmittel, nicht für Pflichtteil vorgegebene Formelsammlung/Merkhilfe, Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind

Bearbeitungszeit 300 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

Pflichtteil

Thema/Inhalt: Pflichtteil (hilfsmittelfrei)

Hinweis: Hier gibt es keine Wahlmöglichkeiten. Die Aufgabenstellung und die Lösungen zum hilfsmittelfreien Teil werden nach spätestens 100 Minuten abgegeben.

Mit der Bearbeitung der weiteren Aufgabenstellungen kann bereits zuvor begonnen werden, sodass nach Abgabe des Pflichtteils die Hilfsmittel verwendet werden dürfen.

Wahlteil A

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Die Lehrkraft wählt eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

Wahlteil B

Thema/Inhalt: Geometrie

Hinweis: Die Lehrkraft wählt eine der beiden Aufgaben 3.1 oder 3.2 zur Bearbeitung aus.

Wahlteil C

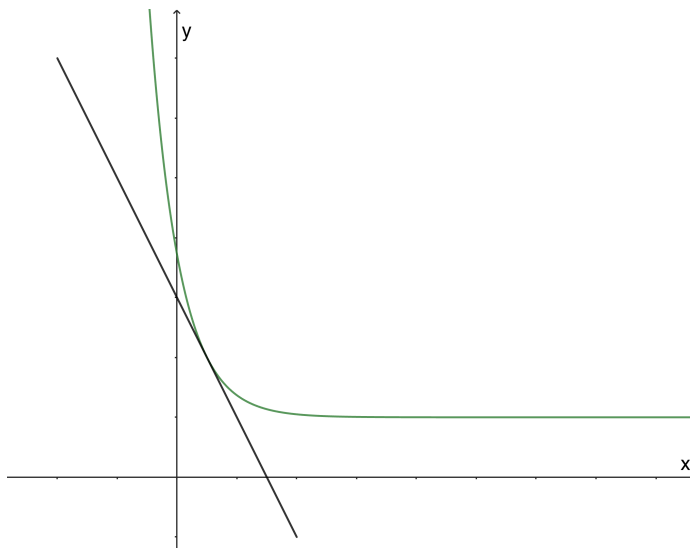
Thema/Inhalt: Stochastik

Hinweis: Die Lehrkraft wählt eine der beiden Aufgaben 4.1 oder 4.2 zur Bearbeitung aus.

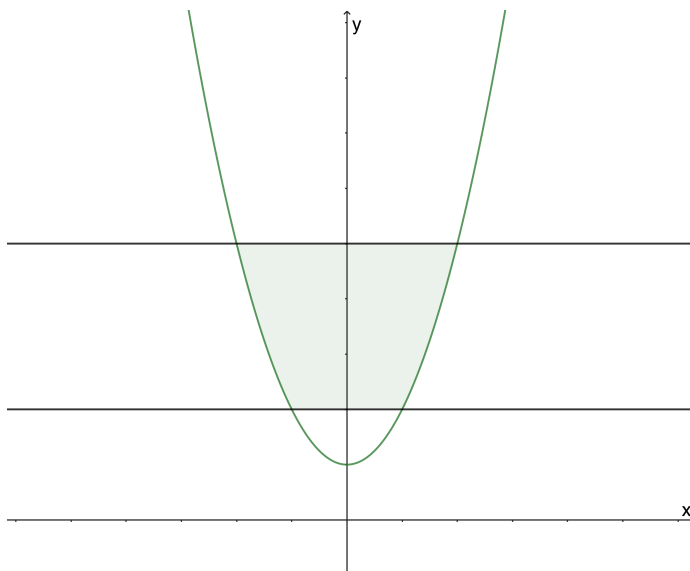
1 Pflichtteil ohne Hilfsmittel

1.1 Pflichtteil 1

1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{-2x+1} + 1$. Die Abbildung zeigt den Graphen G_f sowie die Tangente an G_f an der Stelle $x = \frac{1}{2}$.



- a) Weisen Sie nach, dass diese Tangente die Steigung -2 hat. (1 VP)
 b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, das diese Tangente mit den Koordinatenachsen einschließt. (1,5 VP)
2. Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 1 + x^2$ sowie die Geraden $g : y = 2$ und $h : y = 5$. Bestimmen Sie den Inhalt der markierten Fläche. (2,5 VP)

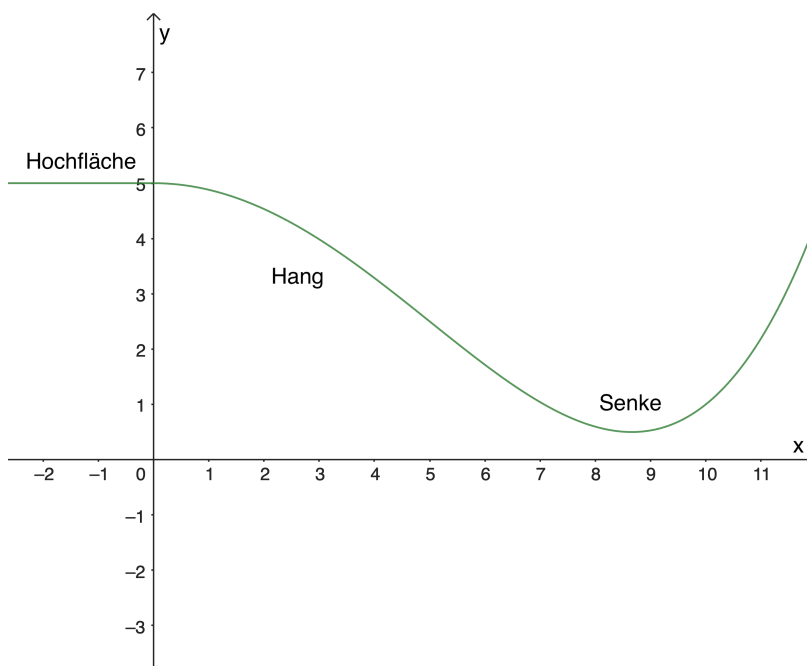


3. Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = a + \frac{b}{x^2 + c}$ und $g(x) = a + \frac{b}{(x + c)^2}$. Die Abbildung zeigt den Graphen einer der beiden Funktionen sowie seine Asymptoten.

2 Wahlteil A: Analysis

2.1 Wahlteil A1

1. Das Gelände eines Abenteuerspielplatzes besteht aus einer Hochfläche, an die sich ein Hang mit einer Senke anschließt. Die Profillinie des Geländes wird für $-3 \leq x \leq 0$ durch die Gerade mit der Gleichung $y = 5$ und für $0 \leq x \leq 11$ durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 0,0008x^4 - 0,12x^2 + 5$ beschrieben. Die Abbildung zeigt diese Profillinie (1 LE entspricht 1 m).



- a) Berechnen Sie die Koordinaten des tiefsten Punkts der Profillinie. (2 VP)
Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Hang zwischen Hochfläche und Senke an der Stelle $x = 5$ am steilsten abfällt und dort ein Gefälle von 80% hat. (2 VP)
Zeigen Sie, dass die Profillinie beim Übergang von der Hochfläche zum Hang knickfrei ist. (1 VP)
(Teilergebnis: Der tiefste Punkt hat die y -Koordinate 0,5.)
- b) Zwischen zwei Befestigungspunkten, die im Modell durch $P(5|f(5))$ und $Q(10|f(10))$ dargestellt werden, wird ein Seil straff gespannt. Berechnen Sie die Länge des Seils. (1,5 VP)
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem die maximale vertikale Höhe des Seils über dem Gelände berechnet werden kann. (2 VP)
- c) Auf der Hochfläche, einen Meter vom Übergang zum Hang entfernt, steht ein vertikaler Lichtmast, von dem aus das gesamte Gelände ausgeleuchtet werden kann. Berechnen Sie die Mindestlänge dieses Lichtmasts. (2,5 VP)
- d) Bei einem Umbau soll die Senke auf 5 m Länge so mit Sand aufgefüllt werden, dass eine horizontale rechteckige Fläche entsteht, die 0,5 m oberhalb des tiefsten Punkts der Senke liegt. Berechnen Sie das Volumen des dafür benötigten Sandes.

Abitur 2021 (Musterlösung)

1 Pflichtteil

1.1 Pflichtteil 1

Aufgabe 1

a) Die Steigung der Tangente ist die Ableitung an der Stelle:

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{-2x+1} + 1 \\ \Rightarrow f'(x) &= (-2) \cdot e^{-2x+1} && \text{(Kettenregel)} \\ \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) &= -2 \cdot e^{-2 \cdot \frac{1}{2} + 1} \\ &= -2 \cdot e^0 \\ &= -2 \end{aligned}$$

Die Tangente hat also die Steigung -2 .

b) Wir wissen, dass die Steigung der Tangente -2 ist, sie also die Gleichung $t(x) = -2x + n$ hat. Sie läuft zudem durch den Punkt $P\left(\frac{1}{2} \mid f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = e^0 + 1 = 2$$

Die Tangente läuft also durch $P\left(\frac{1}{2} \mid 2\right)$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow & t\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \\ \Rightarrow & -2 \cdot \frac{1}{2} + n = 2 \\ \Rightarrow & n = 3 \\ \Rightarrow & t(x) = -2x + 3 \\ \Rightarrow & t(0) = 3 \wedge t\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \end{aligned}$$

Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt also $A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$ [FE].

2 Wahlteil A

2.1 Wahlteil A1

Aufgabe 1

a) Der tiefste Punkt ist der Tiefpunkt der Funktion f :

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 0,0008x^4 - 0,12x^2 + 5 \\
 \Rightarrow f'(x) &= 0,0008 \cdot 4x^{-0,12} \cdot 2x \\
 &= 0,0032x^3 - 0,24x \\
 f'(x) &= 0 \\
 \Rightarrow 0,0032x^3 - 0,24x &= 0 \\
 \Rightarrow x &= 5 \vee 0,0032x^2 - 0,24 = 0 \\
 \Rightarrow x &= 5 \vee 0,0032x^2 = 0,24 \\
 \Rightarrow x &= 5 \vee x^2 = 75 \\
 \Rightarrow x &= 0 \vee x = \sqrt{75} \vee x = -\sqrt{75}
 \end{aligned}$$

Da der Tiefpunkt offensichtlich nicht bei $x = 0$ liegt und $x = -\sqrt{75}$ nicht im Definitionsbereich liegt, muss der Tiefpunkt also bei $x = \sqrt{75}$ liegen. Durch die Vorgabe aus der Aufgabe müssen wir damit die hinreichende Bedingung nicht mehr prüfen.

$$\begin{aligned}
 f(\sqrt{75}) &= 0,0008 \cdot \sqrt{75}^4 - 0,12 \cdot \sqrt{75}^2 + 5 \\
 &= 0,0008 \cdot 75^2 - 0,12 \cdot 75 + 5 \\
 &= 4,5 - 9 + 5 + 5 \\
 &= 0,5
 \end{aligned}$$

Der tiefste Punkt der Profillinie liegt also bei $T(\sqrt{75}|0,5)$.

Den steilsten Abfall hat f an seinem Wendepunkt (zwischen $x = 0$ und $x = \sqrt{75}$, da dort der Anstieg negativ ist).

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= 0,0032x^3 - 0,24x \\
 \Rightarrow f''(x) &= 0,0032 \cdot 3x^2 - 0,24 \\
 &= 0,0096x^2 - 0,24 \\
 \Rightarrow f'''(x) &= 0,0096 \cdot 2x \\
 &= 0,0192x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= 0 \\
 \Rightarrow 0,0096x^2 - 0,24 &= 0 \\
 \Rightarrow 0,0096x^2 &= 0,24 \\
 \Rightarrow x^2 &= 25 \\
 \Rightarrow x &= 5 \vee x = -5
 \end{aligned}$$

$x = -5$ liegt allerdings nicht im Definitionsbereich von f und fällt damit weg.

$$\begin{aligned}
 f'''(5) &= 0,0192 \cdot 5 \\
 &= 0,096 \neq 0
 \end{aligned}$$